

# Podrška nastavi Električnih mašina korišćenjem interaktivne mrežne aplikacije GEOGEBRA

Miroslav Bjekić

**Apstrakt**— Na Fakultetu tehničkih nauka u Čačku se više od 25 godina razvijaju i u nastavi koriste obrazovni računarski softveri iz oblasti Električnih mašina [1]. U poslednjih godinu dana razvijeni su novi programi kreirani u programskom paketu GEOGEBRA. U ovom radu biće dat kratak prikaz svih tih, do sada kreiranih, programa sa osnovnim informacijama o nameni, načinu korišćenja i očekivanim nastavnim efektima za studente.

**Ključne reči**— Električne mašine; nastava, GEOGEBRA.

## I. UVOD

Program GEOGEBRA [2] je postao jedan od najkorišćenijih programskih paketa iz oblasti geometrije. Besplatan je i na jednom mestu objedinjuje geometriju, algebru, proračunske tabele, statističke alate, matematičke proračune...

Najviše se koristi u oblasti matematike, ali je vrlo primenljiv i u ostalim naučnim oblastima.

Iz oblasti Električnih mašina postoji više desetina programa kreiranih od više autora. Svi ti programi, njih oko 150, objedinjeni na jednom mestu, mogu se pronaći na linku [3]. Uviđajući velike mogućnosti ovog programskog paketa, na FTN u Čačku se u poslednjih godinu dana osmišljavaju, razvijaju i u nastavi koriste novi programi iz sledećih predmeta: Električne mašine 1, 2, 3 i 4 i Elektromotorni pogoni na OAS ERI modulu Industrijska elektroenergetika. Svi programi su sa tekstom na engleskom jeziku, sa idejom da budu korisni što širem krugu korisnika.

## II. PODOBLASTI IZ ELEKTRIČNIH MAŠINA

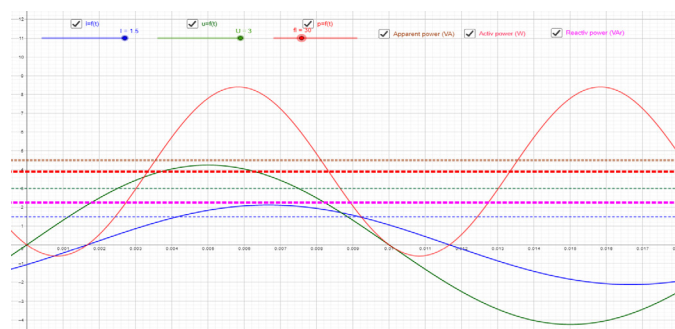
Programi opisani u ovom radu pripadaju sledećim podoblastima iz Električnih mašina: 1. Osnovni pojmovi; 2. Transformatori; 3. Mašine jednosmerne struje; 4. Asinhrona mašine; 5. Sinhrona mašine; 6. Specijalne mašine.

Za svaki program je dat ekranski zapis sa najkraćim opisom načina korišćenja. Nazivi programa su dati u nazivima slika. Svi programi imaju mogućnost menjanja ulaznih parametara i automatskog kreiranja grafika – najčešće konstrukcija karakteristika motora i generatora.

## III. OSNOVNI POJMOVI

U ovoj podoblasti je, za sada, kreiran jedan program sa idejom da se studentima približe pojmovi aktivne, reaktivne i prividne snage (Sl. 1). Uporedo sa prikazanim trenutnim vrednostima prostoperiodičnih veličina napona  $u(t)$  i struje  $i(t)$

grafik na Sl. 1. prikazuje i njihove odgovarajuće efektivne vrednosti. Mogu se menjati relativne vrednosti amplitude prostoperiodičnog napona i ugla između njih  $\varphi$ . U zavisnosti od tih parametara, prikazane su odgovarajuće vrednosti aktivne  $P$ , reaktivne  $Q$  i prividne snage  $S$ . Takođe, moguće je po želji prikazivati i skrivati svaki od 6 grafika.

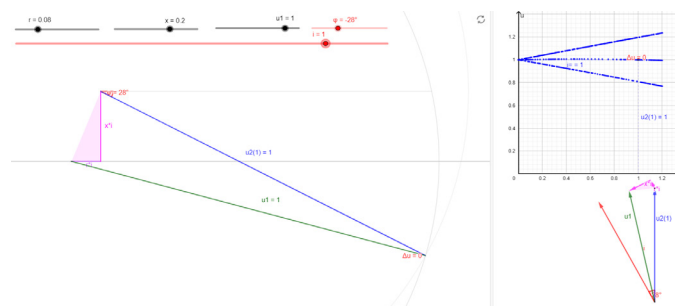


Sl. 1. Trenutne i efektivne vrednosti napona  $u(t)$ ,  $U$ , struje  $i(t)$ ,  $I$ , aktivne, reaktivne i prividne snage  $P$ ,  $Q$  i  $S$  [4].

## IV. TRANSFORMATORI

U programu *Određivanje promene napona primenom Kapoovog trougla* (Sl. 2) je moguće uporedo pratiti: Fazorski dijagram opterećenog transformatora; Modifikovani fazorski dijagram koji je očigledniji za određivanje promene napona transformatora, i Spoljnu karakteristiku transformatora izvedenu za različite vrednosti struje opterećenja.

Moguće je menjati relativnu vrednost priključnog napona, fazni stav, otpornost i reaktansu i pratiti šta se dešava pri različitim tipovima opterećenja. Dobijaju se različite karakteristike na kojima a) dolazi do pada napona pri induktivnom opterećenju, b) može se odrediti vrednost kapacitivnog opterećenja kada nema pada napona i c) kada dolazi do povećanja napona usled velikog kapacitivnog opterećenja. Ta tri karakteristična slučaja su i prikazana na grafiku  $u=f(i)$ . Ovaj program studentima pomaže da lakše razumeju grafički postupak određivanja promene napona na krajevima transformatora.



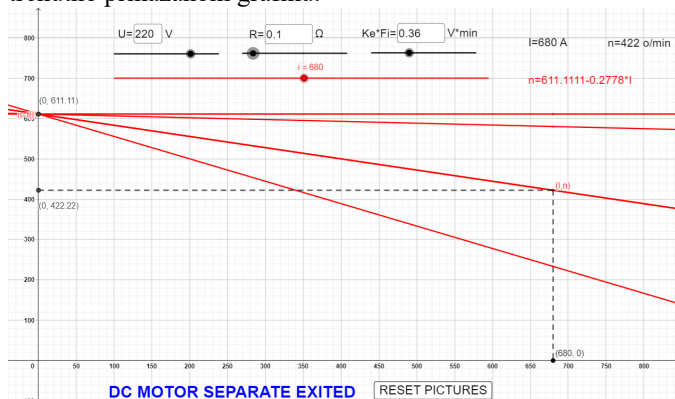
Sl. 2. Određivanje promene napona primenom Kapoovog trougla [5].

## V. MAŠINE JEDNOSMERNE STRUJE

Kreirani su programi za konstrukciju karakteristika i motora i generatora.

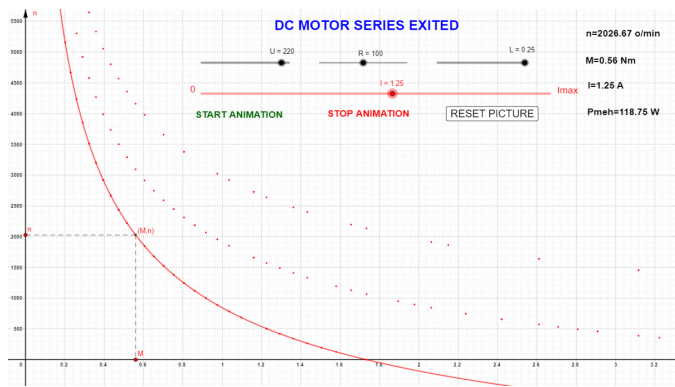
Za motor je najbitnija mehanička karakteristika. Dati su programi za crtanje karakteristika motora sa nezavisnom, tj. paralelnom pobudom (Sl. 3) i karakteristika motora sa rednom pobudom (Sl. 4)

U oba program se mogu generisati različite mehaničke karakteristike dobijene promenom priključnog napona, dodavanjem otpora u kolo indukta i slabljenjem polja. Programi su korisni prilikom analize načina prilagođenja karakteristika motora JS opterećenju na 3 navedena poznata načina. Napisana je i analitička funkcija  $n=f(I)$  koja odgovara trenutno prikazanom grafiku.



Sl. 3. Mehanička karakteristika motora jednosmerne struje sa nezavisnom (paralelnom) pobudom [6].

Na Sl. 3 i Sl. 4 prikazane su 3 karakteristike dobijene dodavanjem različitih vrednosti otpornosti u kolo indukta motora JS sa nezavisnom i rednom pobudom.



Sl. 4. Mehanička karakteristika motora jednosmerne struje sa rednom pobudom [7].

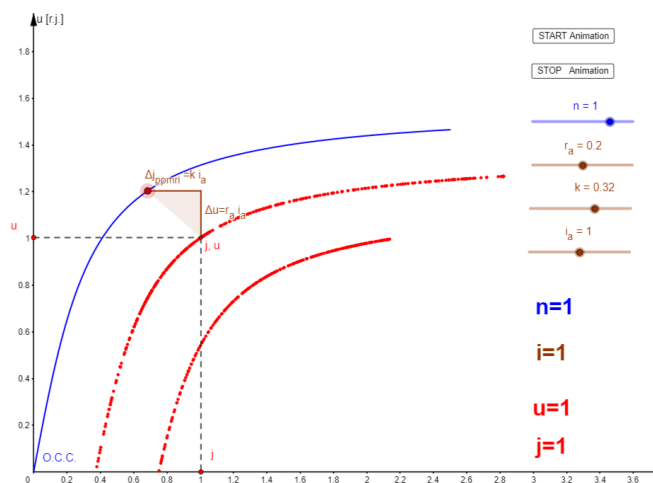
Programi se mogu koristiti za nastavu iz predmeta Elektromotorni pogoni.

Drugi set programa se odnosi na karakteristike generatora jednosmerne stuje i to:

- K-ka generatora sa nezavisnom pobudom: k-ka opterećenja (Sl. 5), spoljna k-ka (Sl. 6), k-ka regulacije (Sl. 7) i k-ka kratkog spoja (Sl. 8),
- spoljna k-ka generatora sa paralelnom pobudom (Sl. 9),
- spoljna k-ka generatora sa rednom pobudom (Sl. 10),
- spoljna k-ka generatora sa složenom pobudom (Sl. 11).

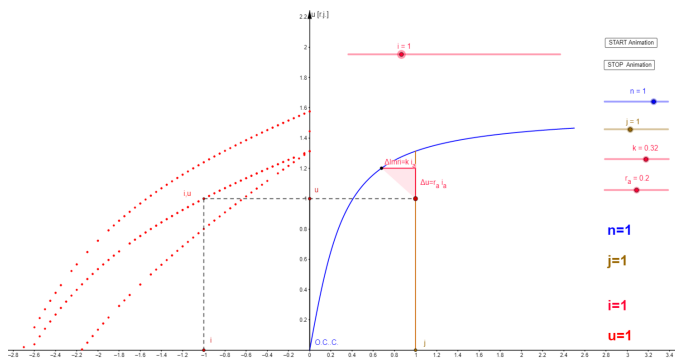
Posebnost ovih karakteristika je u tome što nisu korišćene matematičke relacije koje se predstavljaju grafički već je korišćeno grafičko izvođenje opisanih karakteristika. Inače, ove karakteristike se dobijaju merenjem u laboratoriji, ali je vrlo bitno da studenti unapred znaju kakav oblik treba da očekuju i razloge zbog čega grafici imaju baš takav oblik, tj. od kojih parametara i kako zavise. Pre programa GEOGEBRA u nastavi su korišćene animacije u obliku swf fajlova, kojima je ovaj postupak objašnjavan studentima [8]. Prelazak na program GEOGEBRA predstavlja nov kvalitet prilikom predavanja ove nastavne jedinice. Izvedene karakteristike predstavljaju odličan osnov za razumevanje karakteristika sinhronih generatora, koji se daleko više sreću u praksi elektroinženjera od generatora jednosmerne struje. Svi grafici su dati u relativnim jedinicama.

Na karakteristici opterećenja (Sl. 5) je moguće da se menja neki od 4 parametra: brzina obrtanja generatora  $n$ , otpornost kola indukta  $r_a$ , koeficijent magnetne reakcije indukta  $K$  i struja indukta  $i_a$ . Pomeranjem tačke na karakteristici praznog hoda dobija se „trag“ koji crta karakteristiku opterećenja. Postoji mogućnost uključanja animacije kojom se ova karakteristika automatski generiše. Na Sl. 5. su prikazane dve karakteristike dobijene za nazivne podatke i pri opterećenju koje je duplo veće od nazivnog opterećenja.



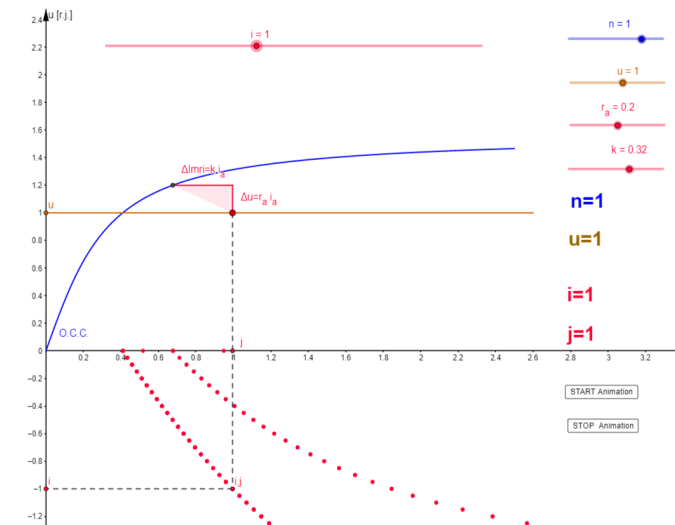
Sl. 5. Karakteristika opterećenja generatora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom [9].

Jedna od bitnih karakteristika generatora JS je spoljna k-ka koja pokazuje kako se menja napon  $u$  na krajevima generatora u zavisnosti od opterećenja  $i$ , pri čemu se brzina obrtanja  $n$  i pobudna struja  $j$  ne menjaju. Na Sl. 6. se može razumeti postupak grafičkog izvođenja pri čemu se karakterističan trougao (čije stranice su srazmerne sa opterećenjem) crta na grafiku tako što jedno teme „klizi“ po karakteristici praznog hoda, a drugo se nalazi na vertikali koju je definisala zadata konstantna vrednost pobudne struje i određuje vrednost napona na krajevima generatora. Moguće je koristiti animaciju ili ručno pomerati klizač i dobijati vrednosti na spoljnoj karakteristici (na grafiku nacrtane crvene tačke). Na grafiku su prikazane 3 karakteristike: za nazivne vrednosti podataka, pri brzini koja je 20% veća od nazivne i karakteristiku kada je u kolo indukta dodata vrednost  $r_{dod}=r_a$ .



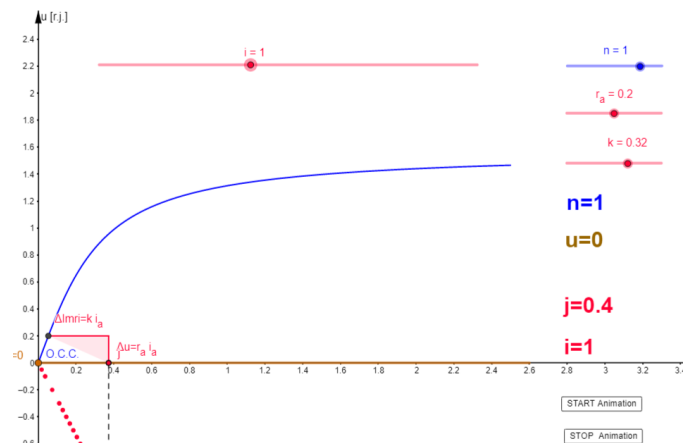
Sl. 6. Spoljna karakteristika generatora jednosmjerne struje sa nezavisnom pobudom [10].

Karakteristika regulacije se lako može grafičkim putem izvesti pomeranjem karakterističnog trougla po horizontalnoj pravoj konstantnog napona (Sl. 7). Treba konstruisati više sličnih karakterističnih trouglova čije se jedno teme kreće po krivoj praznog hoda a drugo teme po pravoj konstantne vrednosti napona. Na osnovu veličite trougla, čije stranice linearno zavise od opterećenja se preračunava nepoznata vrednost studje opterećenja. Na Sl. 7. su prikazane izvedene dve karakteristike: jedna za nazivne vrednosti podataka i druga ako je napon 20 % veći od nazivnog. Može se primetiti da je u drugom slučaju znatno veće povećanje pobudne struje pri povećanju opterećenja, pošto je pri povećanom naponu generator ušao u područje većeg zasićenja.



Sl. 7. Karakteristika regulacije generatora jednosmjerne struje sa nezavisnom pobudom [11].

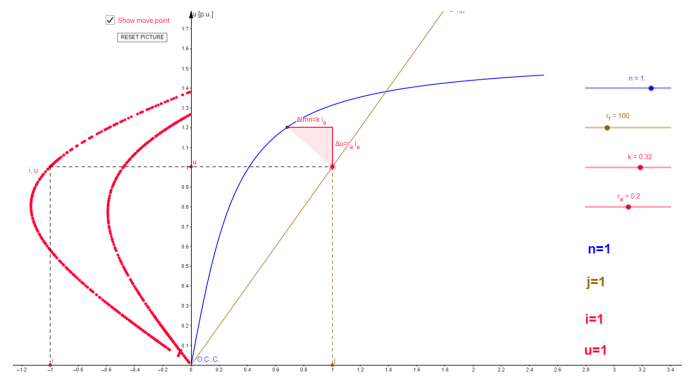
Izvedena karakteristika kratkog spoja je prikazana na Sl. 8. Ova karakteristika je mogla da se dobije korišćenjem prethodnog programa postavljajuću vrednost konstantnog napona na nultu vrednost. Ipak, zbog važnosti ove karakteristike, kreiran je poseban program. Korišćenjem programa se može razumeti da se mašina nalazi u nezasićenom stanju i razlog dobijanja pravolinijske karakteristike.



Sl. 8. Karakteristika kratkog spoja generatora jednosmjerne struje sa nezavisnom pobudom [12].

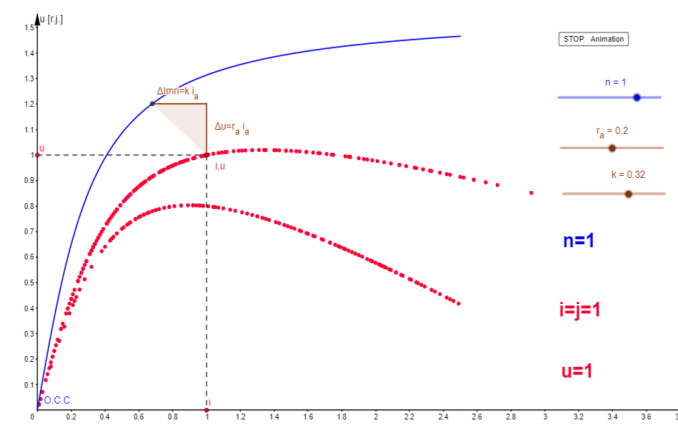
Za ostale tipove mašina (paralelna, redna i složena pobuda) kreirani su samo programi kojima se grafički konstruišu spoljne karakteristike.

Kod generatora sa paralelnom pobudom je moguće menjati nagib prave  $u=f(j)$  menjanjem vrednosti dodate otpornosti u kolu pobude. Na Sl. 9. su prikazane dve karakteristike: za vrednost ukupne otpornosti u kolu pobude 100 i 150 r.j.. Studentima program može biti od koristi da bi menjanjem otpornosti kola pobude i brzine obrtanja generatora uočile kritične vrednosti (maksimalne vrednosti  $R_f$  i minimalne vrednosti  $n_{min}$ ) pri kojoj se generator može pobuditi.



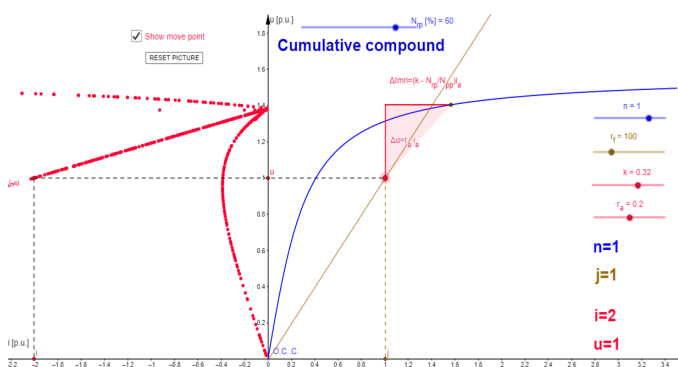
Sl. 9. Spoljna karakteristika generatora jednosmjerne struje sa paralelnom pobudom [13].

Spoljna karakteristika generatora JS sa rednom pobudom je prikazana na Sl. 10. Pošto je struja opterećenja ujedno i struja pobude, studenti mogu da na osnovu ovog programa zaključe zbog čega je ovaj tip mašine nepovoljan za generatorski rad: pošto se napon na krajevima generatora jako menja u zavisnosti od opterećenja - pri što većim opterećenjima dolazi do većeg pada napona. Na grafiku su prikazane dve izvedene karakteristike: dobijene pri nazivnim vrednostima parametara i sa dodatom otpornosti u kolu indukta  $r_{dod} = r_a$ .



Sl. 10. Spoljna karakteristika generatora jednosmerne struje sa rednom pobudom [14].

Za generator JS sa složenom pobudom su mogući režimi diferencijalne i aditivne pobude (koja može biti podpobuđena, tačno pobuđena i nadpobuđena). Svi ovi režimi su objedinjeni u jedan program prikazan na Sl. 11. Pomeranjem klizača levo i desno od nultog položaja dobijaju se karakteristike diferencijalne (klizač na levo) i aditivne (klizač na desno) pobude. Različitim bojama klizača i oznakama su definisani opisani režimi. Na Sl. 11 su prikazani neki od navedenih slučajeva.

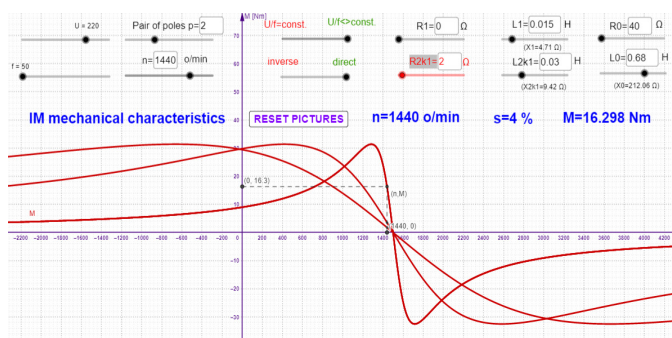


Sl. 11. Spoljna karakteristika generatora jednosmerne struje sa složenom (aditivnom i diferencijalnom) pobudom [15].

## VI. ASINHRONE MAŠINE

Za asinhronu mašinu je u GEOGEBRI kreiran samo jedan program, kojim se za različite vrednosti parametara ekvivalentne šeme, efektivne vrednosti i frekvencije ulaznog napona, broja polova i redosleda pobuđivanja faza dobija odgovarajuća mehanička karakteristika. Moguće je menjati vrednost priključnog napona zadržavajući odnos  $u/f = \text{const}$ .

Studentima ovaj program može pomoći iz predmeta Električne mašine 2 (oblast Asinhronu mašine) i Elektromotorni pogoni analiziranjem familija karakteristika dobijenih prilikom promene nekog od parametara: efektivne vrednosti napona  $U$ , frekvencije mreže  $f$ , promenom vrednosti  $R_{2k1}$ . Ovaj poslednji slučaj je i prikazan na Sl. 12.

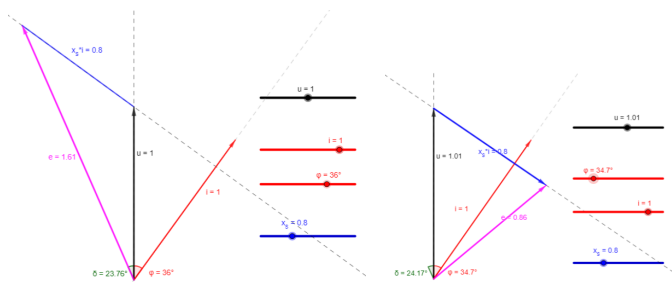


Sl. 12. Mehanička karakteristika asinhronog motora [16].

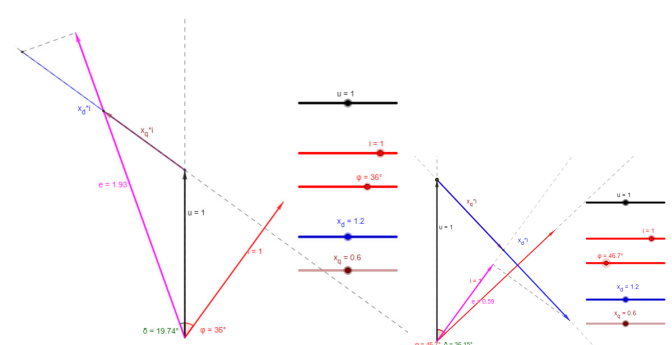
## VII. SINHRONE MAŠINE

U oblasti Synchronih mašina je napisano najviše programa. Mnogi od njih su napisani u periodu mart-jun 2020 kada je izvođena online nastava, sa željom da budu studentima od koristi prilikom vanrednih uslova rada i predavanja koja su u tom periodu izvođena.

Na Sl. 13 i Sl. 14 su prikazani vektorski dijagrami sinhronog generatora i motora za oba oblika rotora. Moguće je menjati relativne vrednosti priključnog napona  $u$ , ugla  $\varphi$ , struje opterećenja  $i$  i relativnih vrednosti sinhronih reaktansi  $x_s$ ,  $x_d$  i  $x_q$ . Studentima je program koristan jer mogu uočiti kako izgledaju i po čemu se razlikuju fazorski dijagrami različitih tipova sinhronih mašina a pri različitim promenama svih navedenih veličina.



Sl. 13. Vektorski dijagrami sinhronog generatora i motora sa cilindričnim rotorom [17], [18].



Sl. 14. Vektorski dijagrami sinhronog generatora i motora sa rotatorom sa istaknutim polovima [19], [20].

Sledeća 3 programa pripadaju grupi koja se bavi određivanjem promene napona sinhronog generatora korišćenjem 3 metode: konstrukcijom Potjeovog, Švedskog i Američkog dijagrama.

Sva 3 dijagrama su konstruisana po standardnim definisanim pravilima.

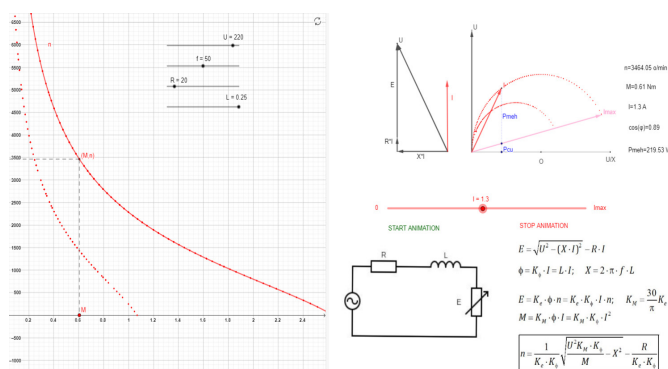




## VIII. SPECIJALNE MAŠINE

Iz oblasti Specijalnih mašina, koje se predaju na predmetu Električne mašine 4 kreiran je program koji određuje mehaničku karakteristiku univerzalnog motora za ulazne zadate vrednosti priključnog napona i frekvencije  $f$ , otpornosti kola indukta  $R$  i ukupne induktivnosti pobudnog navoja  $L$ . Prikazana je ekvivalentna šema i jednačine koje su pri crtanju karakteristike korišćene. Interesantno je analizirati promenu karakteristike kada se menja frekvencija priključnog napona. Ako se frekvencija smanji do nulte vrednosti, dobijaju se karakteristike rednog motora JS: Uporedo su dati i fazorski dijagram i kružni dijagram dobijen prilikom promene stuje opterećenja.

Za svaku konkretnu vrednost ulaznih parametara prikazane su izračunate vrednosti elektromagnetnog momenta i brzine obrtanja motora. Na slici 21. su prikazane dve karakteristike dobijene za napone 120 V i 220 V.



SI. 21. Mehanička karakteristika univerzalnog motora [29].

## IX. ZAKLJUČAK

U radu je opisano 23 programa kreiranih za potrebe izvođenja nastave iz grupe predmeta oblasti Električnih mašina i Elektromotornih pogona na FTN u Čačku.

Pred novu 2020/21 školsku godinu je u toku priprema on-line anketiranja studenata kojim bi se dobile povratne informacije o korisnosti ovih programa – posebno u očekivanim nestandardnim uslovima rada. Njihovi dosadašnji komentari u vezi opisanih programa su vrlo pozitivni.

Takođe, u toku je i aktivnost prilagođenja i integrisanja nekih od opisanih programa u video lekcije koje se pripremaju kao pomoć nastavnicima i đacima u srednjim elektrotehničkim školama iz predmeta Električne mašine za III i IV razred.

Tek po završetku ovih aktivnosti dobiće se objektivna slika da li su ovi programi ispunili želje i očekivanja autora da se njima olakša razumevanje pojedinih nastavnih celina i u kom smeru treba nastaviti započet posao.

## ZAHVALNICA

Istraživanja prezentovana u ovom radu su delimično finansirana sredstvima Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja RS, ugovor br. 451-03-68/2020-14/200132 čiji je realizator Fakultet tehničkih nauka u Čačku – Univerziteta u Kragujevcu.

## LITERATURA

- [1] <http://www.empa.ftn.kg.ac.rs/reference/obrazovni-softveri.php>
- [2] <https://www.geogebra.org/>
- [3] [www.empa.ftn.kg.ac.rs/razno/GEOGEBRA\\_ELEKTRICNE\\_MASINE.html](http://www.empa.ftn.kg.ac.rs/razno/GEOGEBRA_ELEKTRICNE_MASINE.html)
- [4] Voltage Current Power, <https://www.geogebra.org/m/wkdc6kvs>
- [5] Transformer Kapp diagram, <https://www.geogebra.org/m/e9ufjbvs>
- [6] DC motor separate exited, <https://www.geogebra.org/m/m2mwpeja>
- [7] DC motor series exited, <https://www.geogebra.org/m/xyxyypj6>
- [8] <http://www.empa.ftn.kg.ac.rs/dokumenta/lab-vezbe/99/Animacije%20Karakteristike%20generatora%20JS.zip>
- [9] DC generator separat. exited - Load curve  $u=f(j)$ ,  $i=\text{const.}$ , <https://www.geogebra.org/m/eursnykj>
- [10] DC generator separat. exited - External curve  $u=f(i)$   $j=\text{const.}$ , <https://www.geogebra.org/m/ewbcxkfq>
- [11] DC generator separat. exited - Regul. curve  $j=f(i)$   $u=\text{const.}$ , <https://www.geogebra.org/m/dj5dp6cu>
- [12] DC generator separat. exited - S. C. curve  $i=f(j)$   $u=0$ , <https://www.geogebra.org/m/vrmgmsr7>
- [13] DC generator shunt exited - External curve  $u=f(i)$   $j=\text{const.}$ , <https://www.geogebra.org/m/agdr9vek>
- [14] DC generator series exited - External curve  $u=f(i)$   $j=i$ , <https://www.geogebra.org/m/gf4pdsq8>
- [15] DC generator comp. exited - External curve  $u=f(i)$   $j=\text{const.}$ , <https://www.geogebra.org/m/bdq7tfff>
- [16] IM mechanical characteristic, <https://www.geogebra.org/m/yfhu4ne5>
- [17] Synchronous generator cylindrical rotor - vector diagram <https://www.geogebra.org/m/wkvgda9k>
- [18] Synchronous motor cylindrical rotor - vector diagram <https://www.geogebra.org/m/yrpmvsyvu>
- [19] Synchronous generator salient pole - vector diagram <https://www.geogebra.org/m/qag9azxs>
- [20] Synchronous motor salient pole - vector diagram <https://www.geogebra.org/m/sb2ndpns>
- [21] Synchronous machine - Potier diagram, <https://www.geogebra.org/m/jr6ky3nw>
- [22] Synchronous machine - Swedish diagram, <https://www.geogebra.org/m/fd93jt8w>
- [23] Synchronous machine - American diagram, <https://www.geogebra.org/m/xsmvrgej>
- [24] Synchronous machine - PQ diagram TG, <https://www.geogebra.org/m/x4xcppyf>
- [25] Synchronous machine - PQ diagram HG, <https://www.geogebra.org/m/x9rhmrnf>
- [26] <http://www.empa.ftn.kg.ac.rs>
- [27] Sinhronizacija na mrežu sinhronog generatora, <https://www.youtube.com/watch?v=YIUC8UDVLOA&list=PLsXBNMuIU-4t9C7OOMEDErzBoH1D2F4p&index=3>
- [28] Synchronous machine – Synchronization, <https://www.geogebra.org/m/jtyuyyn4>
- [29] Universal motor, <https://www.geogebra.org/m/srue2dsb>.

## ABSTRACT

At the Faculty of Technical Sciences in Čačak, educational computer software in the field of Electrical Machines, has been developed and used in teaching for more than 25 years [1]. In the last year, new programs created in the GEOGEBRA software package have been developed. This paper will present the programs created so far with basic information about the purpose, method of use and expected teaching effects for students.

## Support for teaching Electrical Machines using the interactive network application GEOGEBRA

Miroslav Bjekić